

鹿児島県におけるスギ人工林林分密度管理図の調製

長濱孝行

鹿児島県林業試験場育林地部

要旨：鹿児島県スギ民有林における 653 点の調査データから，本県独自の林分密度管理図を調製した。従来の手法とは異なり，本研究では最多密度曲線の傾きも調製の対象とした。調製の結果得られた林分密度管理図は，従来版と比較して ha 当たり幹材積及び平均胸高直径における適合性が改善された。ha 当たり幹材積と平均胸高直径における誤差率は，それぞれ 16.96%と 9.65%となった。

キーワード：林分密度管理図，収穫予想，スギ，最多密度曲線，地域性

Preparation of the original stand density control diagram for Sugi (*Cryptomeria japonica*) plantations in Kagoshima Prefecture. Takayuki NAGAHAMA (Division of Silviculture, Kagoshima Prefectural Forest Experiment Station, Kagoshima 899-5302, Japan) *Bulletin of the Kagoshima Prefectural Forest Experiment Station* 8 : 1-11 (2003)

Abstract : The original stand density control diagram of Sugi (*Cryptomeria japonica*) plantations for the private forest in Kagoshima Prefecture was prepared basing on the data of 653 investigation points. Unlike the conventional method, the slope of a full density curve was also considered for preparation in this study. The revised stand density control diagram could provide more accurate estimation for stem volume and average diameter than the conventional version. The error rate was 16.96% for stem volume and 9.65% for average diameter.

Key words: Stand density control diagram, Yield prediction, *Cryptomeria japonica*, Full density curve, Locality

はじめに

鹿児島県（以下「本県」）における民有林人工林面積は約 222 千 ha で森林面積の約 51 % を占めている（鹿児島県林務水産部 2002）。2000 年 12 月の林政改革大綱をうけて，森林計画制度の計画事項が見直され，本県においても重視すべき機能に応じた森林区分（ゾーニング）により，「水土保持林」，「森林と人との共生林」，「資源の循環利用林」の 3 区分を行い，効率的・効果的な森林整備を推進することになっている。これらの多様な森林整備に対応するためには，地域性や立地環境を考慮した森林管理手法の確立が重要な課題である。

この課題の一助として，人工林の林分密度管理図の調製，収穫予測，施業体系の検討等が考えられるが，これらについては，既存の鹿児島地方スギ林林分収穫表（林野庁・熊本営林局，1965）や九州地方スギ林分密度管理図（林野庁，1980）を適用してきた。

林分密度管理図とは緑色植物と密度との成長法則や保育形式の解析を基礎として，同齢・単純・単層林の密度管理を検討するために作成された図表である（只木 1969，安藤 1982，日本林業技術協会 1999）。ところが，九州という広範囲においてスギに対して 1 つの林分密度管理図での適用が疑問視されていることや（安藤 1968, 1982，宮島 1989），収量比数算出の基礎であり，密度の上限である最多密度曲線を越える林分の存在が認められたこと（近藤，1998）から，林分密度管理図自体の

見直しが示唆されている。そこで今回は，地域性を考慮し，本県民有林における主要造林木であるスギの林分密度管理図を最多密度曲線の傾きも含めて調製するとともに，その推定精度を検証した。

資料の整理

密度管理図を作成した対象地域は，離島を除く県内一円のスギ人工林である。供試した資料は当场および鹿児島県庁林業振興課における 1972 年以降のスギ人工林現地調査資料を収集・整理したもので，計 653 点のデータを用いた（図 1，表 1）。各調査資料の結果に基づき，各林分ごとに上層樹高，ha 当たりの本数，ha 当たりの幹材積，ha 当たりの胸高断面面積合計，林分平均胸高直径，林分平均樹高を計算した。幹材積の算出にあたっては，立木幹材積表（1970）を用いた。なお，今回用いた資料における林齢の範囲は 5 ~ 108 年生となっている。

異常資料の吟味

調査データ 653 点を用いて，林分構成因子間の相互関係（以下 4 つの関係式）により吟味することとした。林分形状高と上層樹高，林分密度との関係

$$HF = a_1 + a_2 Ht + a_3 \sqrt{N} \cdot Ht / 100 \quad (1)$$

鹿児島県におけるスギ人工林林分密度管理図の調製

平均胸高直径と断面積平均直径，林分密度との関係

$$D = b_1 + b_2 Dg + b_3 \sqrt{N} \cdot Ht / 100 \quad (2)$$

平均樹高と上層樹高，林分密度との関係

$$H = c_1 + c_2 Ht + c_3 \sqrt{N} \cdot Ht / 100 \quad (3)$$

平均幹材積と上層樹高，林分密度との関係

$$\log v = d_1 + d_2 \log Ht + d_3 \log N \quad (4)$$

ここで，HF：林分形状高，Ht：上層樹高，N：ha 当たり本数，D：平均胸高直径，Dg：断面積平均直径，H：平均樹高，v：単木当たり平均幹材積，ai，bi，ci，di はデータから計算する定数である。

これらの関係式において，各因子による推定値と実測値の残差を残差標準偏差で除した値が，t 分布表の 1% 値を超える調査地には 2 点，5 ~ 1% にある調査地には 1 点のスコアを与え，スコア合計が 4 点以上になるものを異常資料として棄却することとした。

なお，今回の各回帰式における残差標準偏差 S は，

$$S = \sqrt{\frac{(y_i - \bar{y}_i)^2}{N - P - 1}} \quad \text{で算出した。}$$

ただし， y_i ：実測値 \bar{y}_i ：回帰式による推定値
N：資料数 P：回帰式の変数の数



図1 調査地数の流域別内訳

表1 上層樹高，ha当たり本数別調査地一覧表

Table 1. The number of investigation points classified by upper tree height and tree number per hectare

ha当たり本数 Number per ha	上層樹高 Upper tree height															計 total	
	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32		
0 ~ 200												1					1
201 ~ 400							1			3	9	4	1	5			23
401 ~ 600			1				1	4	8	22	18	9	7	4	2		76
601 ~ 800							8	18	19	27	24	7	10	1			114
801 ~ 1000					3	5	16	38	23	21	8	8					122
1001 ~ 1200					6	14	21	25	16	3	7	1	1				94
1201 ~ 1400	1		1	3	7	8	13	10	6	1	2						52
1401 ~ 1600			1	5	9	15	9	3	2								44
1601 ~ 1800		1	1	8	6	10	3	3	1								33
1801 ~ 2000			1	4	7	5	3	4									24
2001 ~ 2200			2	4	4	5	1	1									17
2201 ~ 2400			5	8	1		1										15
2401 ~ 2600	1		4	3	1			1									10
2601 ~ 2800		1	2		1												4
2801 ~ 3000			3	7	1												11
3001 ~ 3200		1	2														3
3201 ~ 3400		2		2													4
3401 ~ 3600																	0
3601 ~ 3800			3		1												4
3801 ~ 4000	1																1
4001 ~ 4200			1														1
	3	5	27	44	47	62	77	107	75	77	68	30	19	10	2		653

各式にデータをあてはめ、次の(5)～(8)が得られた。
各式に付した R² および S はそれぞれ重相関係数、残差標準偏差を示す。

$$HF=1.17746+0.3135Ht+0.28369\sqrt{N}\cdot Ht/100 \quad (5)$$

$$R^2=0.83142 \quad S=0.8589$$

$$D=-0.20641+0.9802Dg+0.04165\sqrt{N}\cdot Ht/100 \quad (6)$$

$$R^2=0.99092 \quad S=0.9378$$

$$H=0.32869+1.01934Ht-0.1568\sqrt{N}\cdot Ht/100 \quad (7)$$

$$R^2=0.99561 \quad S=0.3625$$

$$\log v=-1.46605+2.18351\log Ht-0.53141\log N \quad (8)$$

$$R^2=0.97148 \quad S=0.0730$$

(5)～(8)の関係式での吟味結果からスコア計が4以上の調査地7点を異常資料として棄却した(表2)。

林分構成因子間の関係式の再計算

吟味の結果、棄却された7点を除いた646個のデータを用いて(1)～(4)の回帰式を再計算して(9)～(12)式を得た。

$$HF=1.35652+0.31701Ht+0.23197\sqrt{N}\cdot Ht/100 \quad (9)$$

$$R^2=0.95819$$

$$D=0.03084+0.98849Dg-0.04487\sqrt{N}\cdot Ht/100 \quad (10)$$

$$R^2=0.99735$$

$$H=0.3301+1.01961Ht-0.15767\sqrt{N}\cdot Ht/100 \quad (11)$$

$$R^2=0.99569$$

$$\log v=-1.43976+2.17628\log Ht-0.53743\log N \quad (12)$$

$$R^2=0.97304$$

収量密度効果の逆数式の計算

林分密度管理図の等平均樹高曲線は、ha 当たりの本数と幹材積の関係式(13)で示され、収量密度効果の逆数式とよばれる。

表2 棄却された異常資料

Table 2. The rejected unusual data

調査地No. Survey plot No.	林分形状高 Stand form height	平均直径 Average diameter	平均樹高 Average height	平均単木材積 Average single tree volume	スコア計 Sum of scores
132	2			2	4
187	2	2			4
220	2	2			4
221	2	2			4
223	2	2			4
225	2	2		2	6
226	2	2	2		6

$$1/V=A+B/N \quad (13)$$

また、単木レベルでみると(14)式で示され、競争密度効果の逆数式とよばれる。

$$1/v=AN+B \quad (14)$$

V : ha 当たり幹材積

v : 単木幹材積

N : ha 当たり本数

A, B : 係数

なお, A, B はデータから次式によって計算できる(吉良 1960)。

$$A = \frac{V \quad v^2 - v \quad v*V}{V^2 \quad v^2 - (v*V)^2} \quad (15)$$

$$B = \frac{V^2 \quad v - V \quad V*v}{V^2 \quad v^2 - (v*V)^2} \quad (16)$$

この A, B は生育段階によって異なり、上層樹高(Ht)との関係式が次式によって示されることが知られている(安藤 1968)。

$$A=b_1Ht^{b_2} \quad (17)$$

$$B=b_3Ht^{b_4} \quad (18)$$

したがって、資料を 2m 樹高階ごとに分け、各樹高階ごとにべき乗関数(15),(16)式で A,B を求める。

ここで、式の特性上、データ数が3点以下の樹高階は削除した(表3)。

次に、各樹高階の代表樹高と A,B との関係式を(17),(18)式において最小二乗法で求め、b₁ ~ b₄ の初期値を決定する。このとき A,B の少なくとも一方が 0 または負の値を示す樹高階は除外した。こうして次の初期値を得た。

$$b_1=0.07715 \quad b_2=-1.402006$$

$$b_3=3727.47797 \quad b_4=-2.984022$$

また、(17),(18)の式を(14)に代入すると、

$$1/v=b_1Ht^{b_2}*N+b_3Ht^{b_4} \quad (19)$$

あるいは、

$$v=(b_1Ht^{b_2}*N+b_3Ht^{b_4})^{-1} \quad (20)$$

表 3 上層樹高階別の競争密度効果の逆数式の係数

Table 3. Constant of A and B in the reciprocal equation of competition-density effect in each height class

樹高階 Height class	A	B	相関係数 Correlation coefficient	データ数 n
6	-0.00836	64.65399	-0.553	5
8	0.00315	11.00584	0.534	27
10	0.00396	2.12609	0.692	44
12	0.00307	1.46567	0.826	47
14	0.00194	1.71211	0.696	62
16	0.00126	1.36625	0.732	76
18	0.00139	0.75298	0.766	107
20	0.00108	0.62603	0.694	74
22	0.00109	0.36537	0.778	75
24	0.00080	0.37874	0.763	66
26	0.00075	0.22881	0.791	29
28	0.00083	0.08335	0.874	19
30	0.00065	0.17563	0.857	10

とおくことができる。ここで、(20)式の両辺に N を乗すると、

$$V=(b_1Ht^{b_2}+b_3Ht^{b_4}/N)^{-1} \quad (21)$$

とおくことができ、これは収量密度効果の逆数式(13)の逆数をとった形と等しくなる。

逐次近似法による係数の決定

(21)式の各係数 ($b_1 \sim b_4$) は前述のとおり上層樹高の各階層に分けられた A,B から計算されたもので、各林分の資料にあてはめて算出されたものではない。したがって(21)式に個々の林分データの Ht と N をを代入して V を推定すれば、相当の誤差が考えられる。そこで個々の林分データへのあてはまりをよくするための係数を決定するには、最小二乗法による計算が一般的であるが、この場合、あてはめる式は線形化が可能なもののみ適用される。(21)式は線形ではないため、非線形と呼ばれ、通常の回帰モデルによる係数の算出は不可能となる。

このような非線形モデルに対する数値解法はいろいろな方法(柳井ほか 1977)が発表されているが、真部(1975)は逆数式の改良について、安藤(1968)の方法に改良を加えている。その方法は Marquardt(1963)の逐次近似法を用いており、今回は同法に基づき、科学的グラフ・解析ソフトウェア「Origin7.0J」により計算を行った。

前項で求めた $b_1 \sim b_4$ の値を初期値として Levenberg-Marquardt 法で(21)式による推定材積と実測材積との重み付き残差平方和が最小となるように $b_1 \sim b_4$ を定めた。各段階における係数と重み付き残差平方和を表 4 に示す。

重みの決定

(12)式による推定幹材積のクラス(クラスの幅は推定幹材積の範囲を 20 等分した)ごとに残差平方和を計算し、クラス内の平均幹材積の標準偏差 v を求め、これをクラスの推定幹材積の平均値 \bar{v} と対応させ、クラス内のデータ個数を重みとして平滑化し、回帰式(22)を求めた。

$$\log v = -0.76463 + 1.00129 \cdot \log \bar{v} - 0.03633 \cdot \bar{v} \quad (22)$$

これを対数変換すると、(23)式が得られる。

$$v = 0.17194 \cdot \bar{v}^{1.00129} \cdot 10^{-0.03633 \cdot \bar{v}} \quad (23)$$

ha 当たり幹材積の分散 V^2 は、 $V=v \cdot N$ から $V^2 = N^2 \cdot v^2$ であるから、

$$V^2 = N^2 \cdot (0.17194 \cdot \bar{v}^{1.00129} \cdot 10^{-0.03633 \cdot \bar{v}})^2$$

重みは $w = 1 / V^2$ で計算されるので、

$$w = 1 / N^2 \cdot (0.17194 \cdot \bar{v}^{1.00129} \cdot 10^{-0.03633 \cdot \bar{v}})^2$$

つまり、

$$w = (0.17194 \cdot \bar{v}^{1.00129} \cdot 10^{-0.03633 \cdot \bar{v}} \cdot N)^{-2}$$

となる。ここで、 \bar{v} は(20)式から得られる推定平均材積であるから、ウェイト w はそれぞれの上層樹高と本数から計算できることになる。

逆数式の改良

表 4 のとおり 15 回のステップで反復が終了し、各係数が算出され、最終的に決定した収量密度効果の逆数式は(24)のように与えられた。

$$V = (0.10287 \cdot Ht^{-1.56004} + 4292.93263 \cdot Ht^{-2.92906} / N)^{-1} \quad (24)$$

表4. Levenberg-Marquardt法の各段階におけるb1 ~ b4の値と残差平方和

Table 4. The values of b1 ~ b4 and the sum of squares residuals in each stage by the Levenberg-Marquardt method

step	b1	b2	b3	b4	ΣωSS
Initial value	0.07715	-1.40201	3727.47797	-2.98402	1250.4267144
step-01	0.08632	-1.49583	4773.86749	-2.96544	1167.7325056
step-02	0.09280	-1.52718	4785.48864	-2.96461	1162.0892572
step-03	0.09634	-1.53892	4631.70510	-2.95402	1161.8629610
step-04	0.09860	-1.54631	4513.25207	-2.94553	1161.7900021
step-05	0.10014	-1.55133	4432.23099	-2.93955	1161.7619118
step-06	0.10121	-1.55476	4377.15647	-2.93543	1161.7500345
step-07	0.10194	-1.55711	4339.61906	-2.93259	1161.7457315
step-08	0.10245	-1.55872	4313.96637	-2.93065	1161.7441282
step-09	0.10280	-1.55983	4296.40126	-2.92931	1161.7437625
step-10	0.10283	-1.55991	4294.89018	-2.92920	1161.7437820
step-11	0.10286	-1.56000	4293.48513	-2.92910	1161.7437687
step-12	0.10286	-1.56001	4293.34481	-2.92909	1161.7437517
step-13	0.10286	-1.56002	4293.20588	-2.92908	1161.7437677
step-14	0.10286	-1.56003	4293.06863	-2.92907	1161.7438158
step-15	0.10287	-1.56004	4292.93263	-2.92906	1161.7437449

ΣωSS : 重み付き残差平方和

ΣωSS : The sum of squares residuals with weight

各種曲線の概要と計算

等平均樹高曲線

収量密度効果の逆数式である(24)式を用いて、与えられた上層樹高(Ht)に対する ha 当たり本数(N)と ha 当たり幹材積(V)の関係を求めることができる。

競争比数と限界競争比数

幹材積の競争密度効果を示す曲線が前述のとおり(14)式で示されるが、いま(14)式において $N = 0$ とおくと、 $1/v=B$ となり、 $v=1/B$ は競争密度効果を示す等平均樹高曲線上で、無競争状態の幹材積を示す。ここで競争比数を R_c とおき、

$$R_c = v_{R_c} / (1/B) = v_{R_c} * B \quad (25)$$

と定義すると、 R_c はある等平均樹高曲線上の無競争状態の幹材積とその線上のある N_{R_c} のときの幹材積 v_{R_c} との比率を示している。

逆数式(24)の括弧内第2項と ha 当たり材積 $V(=v*N)$ から、調査地ごとの競争比数は次式で求められる。

$$R_c = b_3 H_t^{b_4} * V / N \quad (26)$$

R_c : 競争比数 V : (24)式による推定幹材積

R_c は、競争の強さに応じて、理論的には 1 から無限小まで変化する。林木相互間に競争のないときは 1 で、競争が強くなるに従いその値は小さくなる。他方、単純

林においては、現実には自然間引きを起こすため、生育段階に応じた上限の密度がある(安藤 1968)。これらのことから、現実林分においては R_c には一定の限界が存在する。このときの競争比数を限界競争比数とよび R_f とおく。

本報において取り扱った林分データから R_f の値を算出すると、 $R_f=0.2337$ が得られた。この値を利用して後述の収量比数曲線、等平均直径曲線や自然枯死線が算出される。

最多密度曲線

現実密度にはその生育段階に応じ上限の密度のあることは前述した(安藤 1968)。この上限の密度に達した個体群の密度と、平均個体の大きさにも一定の関係がみられる。このような関係を最初に示したのは REINEKE (1933)で、平均胸高断面直径と密度との関係について基準化し、坂口(1961)は本邦主要樹種における平均胸高直径と上限密度について示している。

これらと同じように、十分な密度をもった個体群の密度 N と平均個体重 w との間にも関係がみられる。この関係は草木植物など高等植物の間でも広く認められている基本的な現象で、

$$w = K * N^a \quad (27)$$

K, a : 常数

により示され、吉良ら(1957)は a の値が種に関係なく、

ほぼ $1.5=3/2$ で一定であることから、この関係を自然の同種群落の個体密度に関する $3/2$ 乗則、または単に乗則とよんだ。REINEKE や坂口が示した関係式もこの $3/2$ 乗則で示される関係と一つとしての現れとしてみる事ができる。

この $3/2$ 乗則と同様な関係は十分な密度をもった林分の密度 N と、平均幹材積 v または単位面積当たりの幹材積 V の間にもよくなりつつ事が知られている。

すなわち、

$$v=K*N^a \quad (28)$$

または

$$V=K*N^{(1+a)} \quad (29)$$

K, a : 常数

幹材積のこの関係は樹種ごとに密度に対する特性を表すものとして吉良ら(1957)により特性曲線と呼ばれ、また只木(1959,1962,1963)により、自然間引線、full density curve、幹材積に関する $3/2$ 乗則などとも呼ばれているが、四手井(1963)により最多密度曲線と呼ばれ、現在ではこの呼び方が一般的になっている。

さて、(14),(17),(18),(25)式の相互関係から、あらゆる生育段階における密度効果線上である一定の競争比数をもつ幹材積と密度の関係が導ける。

密度効果線上で競争比数 R_c のときの平均幹材積を v_{Rc} 、そのときの密度を N_{Rc} とすると、(14),(25)式から、

$$N_{Rc} = \frac{B}{A} \left(\frac{1}{Rc} - 1 \right) \quad (30)$$

(30)式の A, B に(17),(18)式の関係式を代入すると、

$$N_{Rc} = \frac{(1 - Rc)}{Rc} \frac{b_3}{b_1} Ht^{(b_4-b_2)} \quad (31)$$

(18),(25)式から

$$Ht = \left(\frac{Rc}{v_{Rc} * b_3} \right)^{(1/b_4)} \quad (32)$$

(31),(32)式から v_{Rc} について解くと、

$$v_{Rc} = \frac{Rc}{b_3} \left(\frac{Rc}{(1-Rc)} \frac{b_1}{b_3} \right)^{(b_4/(b_2-b_4))} N_{Rc}^{(b_4/(b_2-b_4))}$$

とおくことができ、簡潔に次式のように置換した。

$$\left. \begin{aligned} v_{Rc} &= K_2 N_{Rc}^{K_1} \\ K_1 &= b_4 / (b_2 - b_4) \\ K_2 &= \frac{Rc}{b_3} \left(\frac{Rc}{(1-Rc)} \frac{b_1}{b_3} \right)^{(b_4/(b_2-b_4))} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

(33)式は(28)式と同形であり、 $R_c=R_f$ とおくことによって、最多密度曲線を密度効果曲線との関連において導くことができる。安藤(1968)はこの関係式を等競争比

数曲線と名付けた。

また、(31)式も同様に $R_c=R_f$ とおくことによって、樹高に応じた最多密度を求めることができる。

競争比数は競争密度効果における強さを示す尺度であった。従って、等競争比数曲線は $V=v*N$ との関係から、収量密度効果においては、

$$\left. \begin{aligned} V_{Rc} &= v_{Rc} * N_{Rc} = K_2 N_{Rc}^{K_1+1} = K_2 N_{Rc}^{K_1'} \\ K_1' &= b_4 / (b_2 - b_4) + 1 = b_2' / (b_2 - b_4) \\ K_2 &= \frac{Rc}{b_3} \left(\frac{Rc}{(1-Rc)} \frac{b_1}{b_3} \right)^{(b_4/(b_2-b_4))} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

で与えられる。従って、(34)式において $R_c=R_f$ とおくことによって、最多密度曲線が得られる。

この式に算出してきた数値を代入すると、

$$\begin{aligned} V_{Rf} &= 5308510.453 N_{Rf}^{-1.1395} \\ \log V_{Rf} &= 6.7248 - 1.1395 \log N_{Rf} \end{aligned} \quad (35)$$

が得られる。

一方、(31)式においても同様に計算しておくとして、

$$\left. \begin{aligned} N_{Rc} &= K_4 Ht^{K_3} \\ K_3 &= b_4 - b_2 \\ K_4 &= \frac{(1 - Rc)}{Rc} \frac{b_3}{b_1} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

この式に $R_c=R_f$ とおき、数値を代入すると、任意の樹高に対する最多密度が計算できることになり、

$$\begin{aligned} N_{Rf} &= 136837.5993 Ht^{-1.36902} \\ \log N_{Rf} &= 5.1362 - 1.36902 \log Ht \end{aligned} \quad (37)$$

が得られた。

収量比数と収量比数曲線

現実的な林分では、最多密度曲線よりかなり低い密度で管理されており、最多密度曲線に接近すると風雪害や病害が発生しやすい(安藤 1968)。このような林分の密度管理の問題を検討するため、只木・四手井(1963)、只木(1963,1964)は同一等平均樹高曲線上の最多密度に対する本数比率、すなわち相対密度を用いた。相対密度は最多密度曲線からの隔たりを示す尺度の1つであるが、以下に示す最多密度曲線上の幹材積に対する材積比率、すなわち収量比数も同様に最多密度曲線からの隔たりを示すことができ、また、幹材積と直接結びついていることから、収穫量等を検討する際にはより都合がよいものと言える(安藤 1968)。

ここで、ある生育段階における競争比数 R_c 時点の幹材積を v_{Rc} とし、そのときの最多密度時の幹材積を v_{Rf} に対する割合が収量比数 R_y であることから、

$$R_y = v_{Rc} / v_{Rf} \quad (38)$$

で示され、Ry と Rc の一般的な関係は、

$$Ry = (1 - Rc) / (1 - Rf)$$

または、 $Rc = 1 - (1 - Rf) Ry$ (39)

と導けることから、(39)式を(34)式に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} V_{Ry} &= V_{Ry} * N_{Ry} = K_2' N_{Ry}^{K_1'+1} = K_2' N_{Ry}^{K_1'} \\ \text{または、} \log V_{Ry} &= \log K_2' + K_1' \log N_{Ry} \\ K_1' &= b_4 / (b_2 - b_4) + 1 = b_2 / (b_2 - b_4) \\ K_2' &= \frac{(1 - Rf) Ry}{b_1} \left[\frac{1 - (1 - Rf) Ry}{(1 - Rf) Ry} \frac{b_1}{b_3} \right]^{(b_2 / (b_2 - b_4))} \end{aligned} \right\} (40)$$

によって同じ収量比数のときの密度 N_{Ry} と幹材積 V_{Ry} の関係を表すことができ、この関係を等収量比数曲線と呼ぶ。

また、このときの密度 N_{Ry} と樹高 Ht との関係は(36)式から

$$\left. \begin{aligned} N_{Ry} &= K_4 Ht^{K_3} \text{ または、} \log N_{Ry} = \log K_4 + K_3 \log Ht \\ K_3 &= b_4 - b_2 \\ K_4 &= \frac{(1 - Rf) Ry}{1 - (1 - Rf) Ry} \frac{b_3}{b_1} \end{aligned} \right\} (41)$$

と導かれる。こうして各収量比数における K_1' 、 $\log K_2'$ 、 K_3 、 $\log K_4$ の値が表 5 のように算出される。参考までに従来版(林野庁 1980)の数値を表 6 に示した。

等平均直径曲線

収量比数、上層樹高および平均直径の関係式は明示できないことから、与えられた平均直径と収量比数に対する本数と幹材積の計算については以下のような試行錯誤法を用いた。

ここで、G：断面積合計、Dg：断面積平均直径とおくと次式が成り立つから、

$$\begin{aligned} G &= V / HF & (42) \\ Dg &= 200 \sqrt{G / (N)} & (43) \end{aligned}$$

表5 $K_1' \sim K_4$ の値

Table 5. The values of $K_1' \sim K_4$ in the revised edition

Ry	K_1'	$\log K_2'$	K_3	$\log K_4$
1.00	-1.1395	6.7248	-1.36902	5.1362
0.95	-1.1395	6.6020	-1.36902	5.0480
0.90	-1.1395	6.4866	-1.36902	4.9673
0.85	-1.1395	6.3758	-1.36902	4.8919
0.80	-1.1395	6.2679	-1.36902	4.8203
0.75	-1.1395	6.1612	-1.36902	4.7513
0.70	-1.1395	6.0544	-1.36902	4.6838
0.65	-1.1395	5.9463	-1.36902	4.6172
0.60	-1.1395	5.8355	-1.36902	4.5504
0.55	-1.1395	5.7207	-1.36902	4.4829
0.50	-1.1395	5.6004	-1.36902	4.4137
0.45	-1.1395	5.4727	-1.36902	4.3417
0.40	-1.1395	5.3352	-1.36902	4.2659

平均直径の設定値 $Dhat$ と収量比数 Ry の組み合わせごとに、任意の上層樹高値 Ht として(41)式から求められる ha 当たり本数を用いて、(40)式でその幹材積を算出する。この値を(9)式で求められる林分形状高を用いて(42)式により ha 当たりの断面積を求め、(43)式から断面積平均直径を算出する。この Dg を(10)式に代入し平均直径 D を算出する。 $D - Dhat \ 1.0 * 10^{-5}$ になるまで Ht の数値を調整する。

こうして得られるのは、設定した直径値における各収量比数ごとの ha 当たり本数と ha 当たり幹材積であり、この点を結ぶことにより等平均直径曲線を表すことができる。

自然枯死線

植栽本数 N_0 から始まる林分は、間伐等の人為的な本数調整が加わらなければ、成長過程に応じた本数減少を呈しながら最多密度曲線に接近し、最終的には最多密度曲線上をたどっていくことになる。植栽本数 N_0 に対する自然枯死線は、平均幹材積 v の関数で、

$$v = (0.10287 * Ht^{-1.56004} * N + 4292.93263 * Ht^{-2.92906})^{-1} \quad (44)$$

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_0} - \frac{v}{K_5 N_0^{(K_1'+1)}} \quad (45)$$

で表せる。ここで、

$$K_5 = \frac{K_1' Rf}{b_3} \left[\frac{Rf}{1 - Rf} \frac{b_1}{b_3} \right]^{K_1'} \left[\frac{b_2}{b_4} \right]^{K_1'+1}$$

である。

係数の計算結果から、(45)式を

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_0} - \frac{v}{2.3284031 * 10^7 N_0^{(-1.1395)}} \quad (46)$$

と表すことができた。

表6 $K_1' \sim K_4$ の値(従来版)

Table 6. The values of $K_1' \sim K_4$ in the conventional version

Ry	K_1'	$\log K_2'$	K_3	$\log K_4$
1.00	-0.9184	5.3084	-1.4672	5.9637
0.95	-0.9184	5.1850	-1.4672	5.8281
0.90	-0.9184	5.0796	-1.4672	5.7078
0.85	-0.9184	4.9859	-1.4672	5.5969
0.80	-0.9184	4.9001	-1.4672	5.4917
0.75	-0.9184	4.8197	-1.4672	5.3899
0.70	-0.9184	4.7431	-1.4672	5.2896
0.65	-0.9184	4.6688	-1.4672	5.1892
0.60	-0.9184	4.5956	-1.4672	5.0872
0.55	-0.9184	4.5225	-1.4672	4.9823
0.50	-0.9184	4.4485	-1.4672	4.8729
0.45	-0.9184	4.3724	-1.4672	4.7573
0.40	-0.9184	4.2929	-1.4672	4.6331

推定精度

各調査資料の ha 当たり幹材積の実測値(V)と、本密度管理図により推定される ha 当たり幹材積の推定値((24)式から計算される \bar{V})との誤差率【 $\{(\bar{V}-V)/V\}^2$ 】が許容誤差率内にあるかどうか統計的に検定した。

検定は以下のように行った。

まず、

$$s^2 = 1/E^2 \cdot (\bar{V}/V-1)^2 \quad (47)$$

を求め、危険率 5% の s^2 の値 $s^2_{(0.05)}$ は、

$$s^2_{(0.05)} = (t_{0.10, N-1} + \sqrt{2} - 1) * 1/2 \quad (48)$$

で計算し、両者の有意差を検定した。ここで、N は資料数、df は自由度、E は許容誤差率であり 20 % とした。

この結果、それぞれの値は次のようになり、

$$s^2 = 462.18$$

$$s^2_{(0.05)} = 706.24$$

5%危険率で両者には有意な差はみられず、許容誤差率内にあることが知られた。

さらに、ha 当たり幹材積および平均直径について次式により、標準偏差、変動係数等の各種精度指標を求めたものを表 7 に示した。

$$\text{標準偏差} : \{ (\bar{y}-y)^2 / (N-1) \}^{1/2}$$

$$\text{許容誤差の最小値} : \{ (\bar{y}-y)^2 / s^2_{(0.05)} \}^{1/2}$$

$$\text{許容誤差率の最小値} : \{ (\bar{y}/y-1)^2 / s^2_{(0.05)} \}^{1/2} * 100$$

$$\text{百分率標準誤差} : \{ (\bar{y}/y-1)^2 / (N-3) \}^{1/2} * 100$$

$$\text{変動係数} : \{ (\bar{y}-y)^2 / (N-1) \}^{1/2} * N / \bar{y}$$

\bar{y} : 推定値, y : 実測値, N : 調査地数

推定精度の各項目から、従来版に比べ本報告の密度管理図で精度が向上しており、ha 当たり幹材積では平均直径より精度が劣っていることがわかる。このことは ha 当たり幹材積では 16.96 % の誤差率を、また平均直径では 9.65 % の誤差率の考慮が必要となることを意味している。

次に、次式により ha 当たり幹材積および平均直径の誤差率を全資料について計算し、どのような範囲に分布しているかをみた。図 2, 3 にその分布を示す。

$$\text{誤差率} : (\bar{y}/y-1) * 100$$

この結果から、誤差率 ± 20 % 以内では、幹材積で 78.16 %、平均直径では 96.28 % の調査地が本報告の密度管理図に適合した。

以上の結果から、本県においては本報告による林分密度管理図の使用が望ましいことが示唆された。

林分密度管理図の作成

前項までの計算結果を基にして、各種曲線を本報末尾に描画した。自然枯死線は植栽本数 1,000 本, 1,500 本, 2,000 本, 2,500 本, 3,000 本, 4,000 本, 5,000 本の各々について、等平均樹高曲線は、4m から 34m まで 1m ごとに、等平均直径曲線は 4 cm から 80 cm まで 1 cm ごとに、等収量比数曲線は、収量比数(Ry)が 0.40 から 1.00 まで 0.05 単位ごとに示してある。

表 7 ha 当たり幹材積, 平均直径の推定精度

Table 7. Accuracy of estimated value of volume per ha and average diameter

項目 Item	ha 当たり幹材積 Volume per ha		平均直径 Average diameter	
	改訂版 Revised edition	従来版 Conventional type	改訂版 Revised edition	従来版 Conventional type
	標準偏差 Standard deviation	89.81	105.12	2.76
許容誤差の最小値 The minimum value of a permissible error	85.83	100.46	2.63	3.09
許容誤差率の最小値 The minimum value of the rate of a permissible error	16.18%	16.51%	9.21%	9.76%
百分率標準誤差 Standard error of percentage	16.96%	17.30%	9.65%	10.23%
変動係数 Coefficient of variation	17.90%	20.95%	10.15%	11.92%

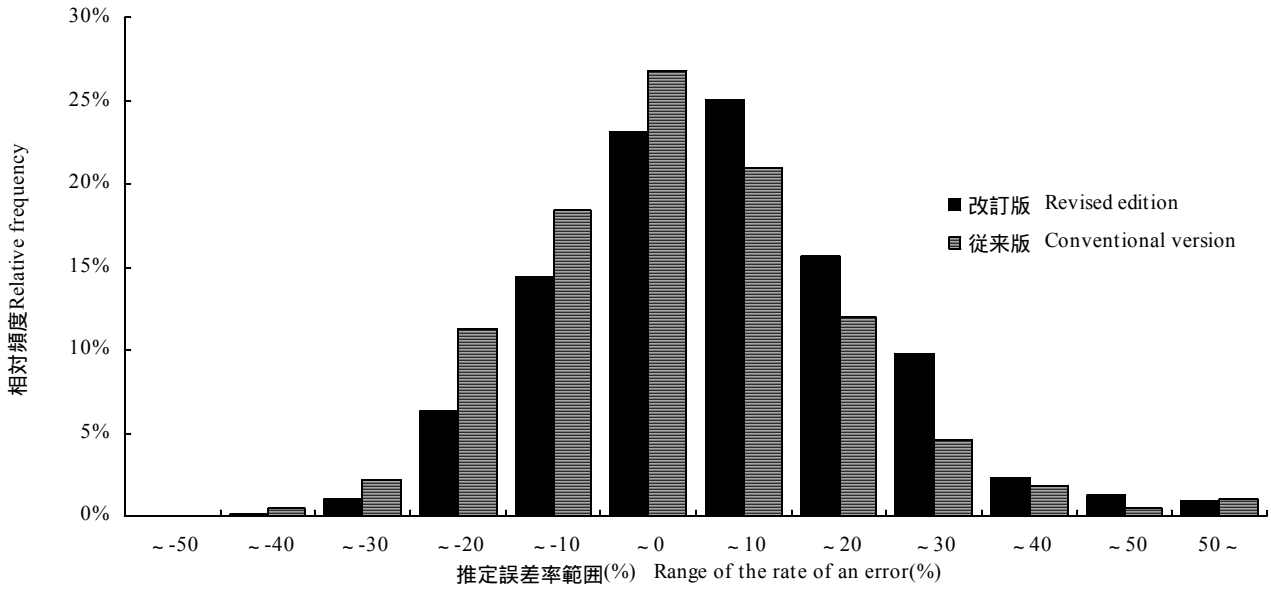


図2 推定誤差率分布の比較(幹材積)

Fig. 2. Comparison of the frequency distribution of the error ratio of estimated stem volume between the conventional version and revised edition

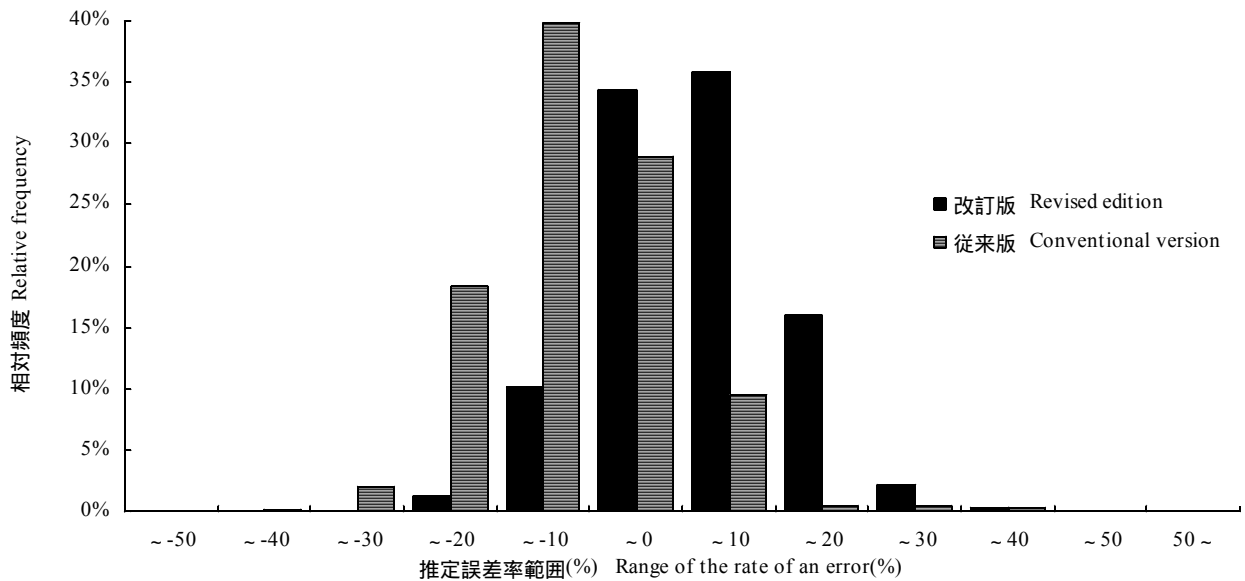


図3 推定誤差率分布の比較(平均直径)

Fig. 3. Comparison of the frequency distribution of the error ratio of estimated average diameter between the conventional version and revised edition

使用上の留意事項

本報による林分密度管理図は、鹿児島県本土の民有林スギ人工林にのみ適用する。

等平均樹高曲線は、ある上層樹高における ha 当たり本数と幹材積との関係を示すものであり、等平均直径曲線は、等平均樹高曲線上で、平均胸高直径を導く

ために用いるものである。

上層樹高とは、被圧木や枯損木、いわゆる間伐対象木を除いた立木の平均樹高であり、ha 当たり本数等その他の因子については、全生立木の値である。

本図から、上層樹高と ha 当たり本数に応じた ha 当たり材積、平均胸高直径等を導くことができるが、これらの正確な値については次式を参照されたい。

$$V = (0.10287 * Ht^{-1.56004} + 4292.93263 * Ht^{-2.92906} / N)^{-1} \quad (24)$$

$$HF=1.35652+0.31701Ht+0.23197 \sqrt{N} \cdot Ht/100 \quad (9)$$

$$G = V / HF \quad (42)$$

$$\overline{Dg} = 200 \sqrt{G / (N)} \quad (43)$$

$$D=0.03084+0.98849Dg-0.04487 \sqrt{N} \cdot Ht/100 \quad (10)$$

$$\log V_{Rf}=6.7248-1.1395 \log N_{Rf} \quad (35)$$

$$\log N_{Rf}=5.1362-1.36902 \log Ht \quad (37)$$

$$Ry=V/V_{Rf}$$

V : ha 当たり材積

Ht : 上層樹高

N : ha 当たり本数

HF : 林分形状高

G : ha 当たり断面積

\overline{Dg} : 断面積平均直径

D : 平均胸高直径

Ry : 収量比数

V_{Rf} : 最多密度における ha 当たり材積

N_{Rf} : 最多密度における ha 当たり本数

前項で計算される材積，直径は与えられた上層樹高と ha 当たり本数についての平均的な値であるから，個々の林分について誤差を考慮する必要がある。幹材積では 78.16 %，平均直径では 96.28 % の調査地が許容誤差 20 % 以内で推定できることを念頭に置いておく必要がある。

また，平均胸高直径か ha 当たり断面積が実測されている時は，次式で補正を行うと誤差率が小さくなる。

$$V_c : V \times (\text{実測直径} / \text{推定直径})$$

$$V_c : V \times (\text{実測断面積} / \text{推定断面積})$$

$$V_c : \text{補正材積}, V : (24) \text{式による推定材積}$$

謝 辞

本研究を遂行するにあたり，鹿児島大学農学部の寺岡行雄助教授，森林総合研究所九州支所の近藤洋史主任研究官には，各種理論や解析手法について大変有益な御助言を頂いた。ここに記して深謝の意を表する。

引用文献

安藤貴 (1968) 同齡単純林の密度管理に関する生態学的研究．林試研報 **210** : 29-120

安藤貴 (1982) 林分の密度管理，pp.126，農林出版，東京．

D.W.Marquardt (1963) An algorithm for least squares

estimation of non-linear parameters．

J.Soc.Indust.Appl.Math.Vol**11**-2

鹿児島県林務水産部 (2002) 鹿児島県林業統計

吉良龍夫 (編) (1957) 密度・競争・生産．みやま

8:13-24,9:9-18,11,12:34-35

吉良龍夫 (1960) 植物生態学第 巻上．古今書院，東京．

近藤洋史 (1998) 高齢林分調査データの林分密度管理図への適応．日林九支研論 **51** : 9-10

真辺昭 (1975) 林分密度管理図の作成．農林研究計算センター A11

宮島寛 (1989) 九州のスギとヒノキ，pp150，九州大学出版会，福岡．

日本林業技術協会 (1999) 人工林林分密度管理図，全 22 巻，東京．

REINEKE,L.H.(1933) Perfecting a stand-density index for even-aged forests. J. Agric.Res. **46**:627-638

林野庁・熊本営林局 (1965) 鹿児島地方スギ林林分収穫表

林野庁 (1980) 九州地方スギ林分密度管理図

林野庁 (1970) 立木幹材積表西日本編，pp.319，日本林業調査会，東京．

坂口勝美 (1961) 間伐の本質に関する研究．林試研報 **131**:1-95

四手井綱英 (編) (1963) アカマツ林の造成 - 基礎と実際 - ，pp326，地球出版，東京．

只木良也・四手井綱英 (1959) 林木の競争に関する研究，スギで仕立てた模型林分での間伐試験．日林誌 **41**:341-349

只木良也・四手井綱英 (1962) 林木の競争に関する研究，アカマツ幼樹を用いた小型林分での機械的な間伐試験．日林誌 **44**:129-139

只木良也・四手井綱英 (1963) 数量的間伐に関する生態学的研究．京大演報 **34**:1-31

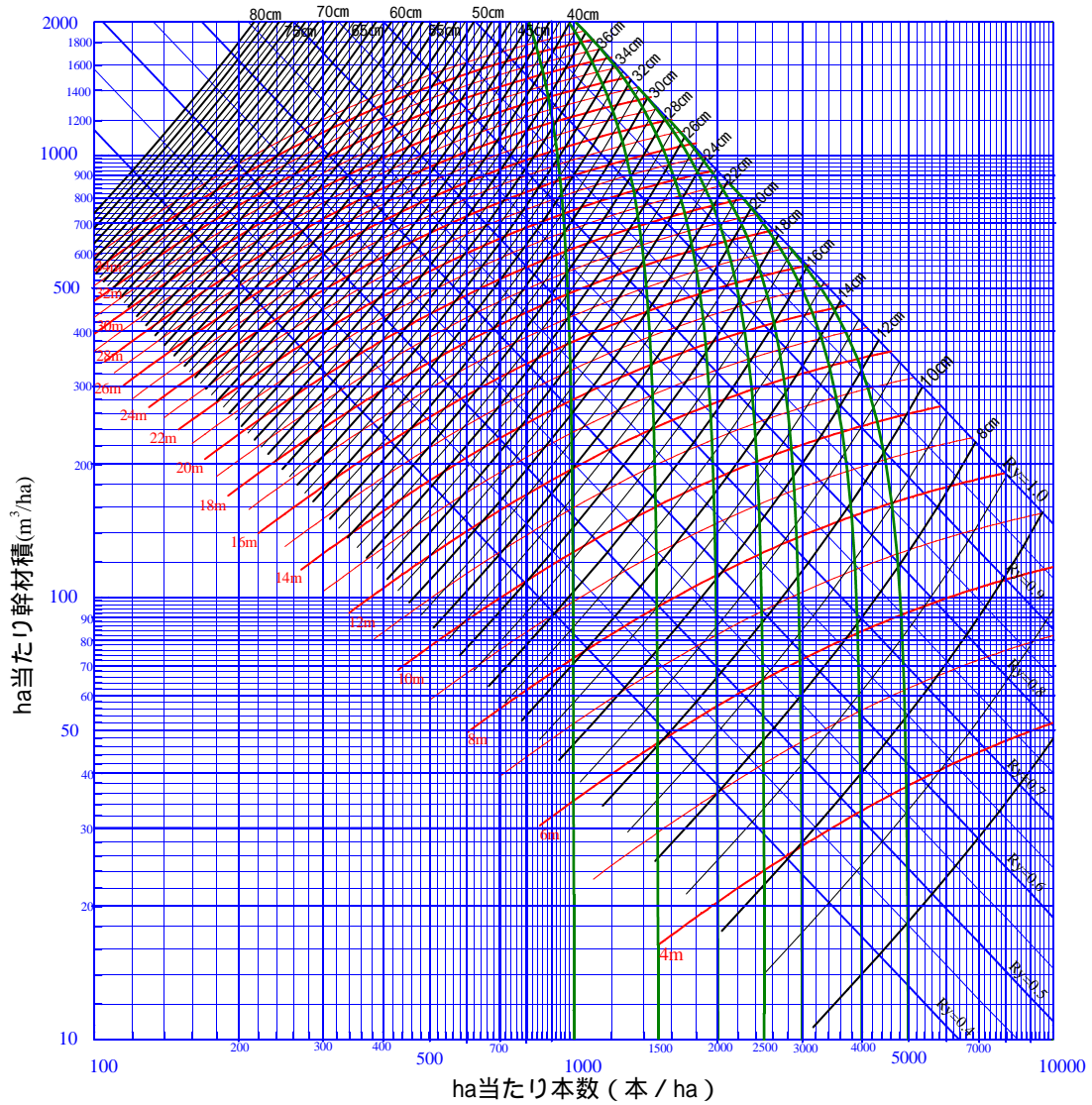
只木良也 (1963) 競争密度効果を基にした幹材積収穫予測．林試研報 **154**:1-19

只木良也 (1964) 競争密度効果式を用いて検討した間伐と幹材積収穫との関係 - アカマツの場合 - ．林試研報 **166**:1-22



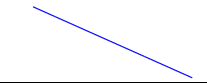

只木良也 (1969) 林分密度管理図の基礎と応用，pp.126，日本林業技術協会，東京．

柳井晴夫ほか (1977) 多変量解析法．pp59-62，朝倉書店，東京．

鹿児島県スギ人工林林分密度管理図



凡例

	等平均樹高曲線
	等平均直径曲線
	等収量比数曲線
	自然枯死線